

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 8 FEBRUARIE 2026

CLASA A VII-a

SUBIECTUL I (40 de puncte)

Pentru fiecare dintre următoarele 10 probleme, una singură dintre cele cinci variante de răspuns este corectă. Pe formularul de înregistrare a răspunsurilor la problemele cu alegere multiplă (grilă), indică varianta corectă de răspuns:

- (4p) 1. Pe o dreaptă se consideră punctele A, B, C, D , în această ordine. Dacă $\frac{AB}{AC} = \frac{CD}{BD} = \frac{2025}{2026}$, valoarea raportului $\frac{AD}{BC}$ este egală cu:
A. 4025 B. 2025 C. 2026 D. 4051 E. 4050
- (4p) 2. Un trapez are linia mijlocie de lungime 12 cm și segmentul determinat de diagonale pe linia mijlocie de lungime 3 cm. Raportul între baza mare și baza mică a trapezului este egal cu:
A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{4}{5}$ E. $\frac{3}{4}$
- (4p) 3. Trapezul $ABCD$, cu $AB < CD$ și $BD \perp BC$, este înscris într-un cerc. Dacă $AD = 8$ cm și raza cercului circumscris este 8 cm, atunci măsura unghiului $\sphericalangle CDB$ este egală cu:
A. 60° B. 90° C. 45° D. 30° E. 105°
- (4p) 4. Dacă $ABGH, BCFG, CDEF$ sunt pătrate congruente, atunci cosinusul unghiului dintre dreptele AG și DG este egală cu:
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{3\sqrt{10}}{25}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ E. $\frac{\sqrt{5}}{10}$
- (4p) 5. Punctele de intersecție ale bisectoarelor unghiurilor unui paralelogram sunt vârfurile unui:
A. romb B. pătrat C. dreptunghi D. trapez E. paralelogram
- (4p) 6. Dacă a și b sunt numere reale astfel încât $\frac{a}{b} = 2 - \sqrt{3}$, atunci valoarea raportului $\frac{a^2 + b^2}{ab}$ este egală cu:
A. $4 - 2\sqrt{3}$ B. $4 + 2\sqrt{3}$ C. $2 + 2\sqrt{3}$ D. $2 - 2\sqrt{3}$ E. 4
- (4p) 7. Dacă $\frac{3}{2} \cdot \sqrt{0, a(bb) + 0, b(aa)} = 1$, unde a și b sunt cifre în baza 10, $a < b$, atunci:
A. $a = 2, b = 3$ B. $a = 1, b = 4$ C. $a = 2, b = 5$ D. $a = 1, b = 3$ E. $a = 3, b = 4$
- (4p) 8. În paralelogramul $ABCD$, cu $CD = 2 \cdot BC$, se notează cu M mijlocul laturii CD . Măsura unghiului AMB este egală cu:
A. 60° B. 90° C. 87° D. 100° E. 75°

(4p) 9. Fie $x \neq -5$, $y \neq -6$, $z \neq -7$, numere raționale pentru care $\frac{2026}{x+5} + \frac{2026}{y+6} + \frac{2026}{z+7} = 2025$.

Dacă $n = \frac{x-1}{x+5} + \frac{y}{y+6} + \frac{z+1}{z+7}$, atunci n este egal cu:

A. $-\frac{3036}{1013}$

B. -3036

C. 1

D. $-\frac{3036}{1013}$

E. 2026

(4p) 10. Un trapez isoscel ortodiagonal are lungimea liniei mijlocii egală cu a . Aria trapezului este egală cu:

A. $2a$

B. $a^2\sqrt{2}$

C. $\frac{a^2}{4}$

D. a

E. a^2

La subiectele II și III scrie rezolvările complete:

SUBIECTUL II (25 de puncte)

Fie triunghiul ABC , cu $\sphericalangle ACB = 30^\circ$, AM mediană și punctul O pe segmentul AM astfel încât $AO = 2MO$. Paralela prin punctul C la latura AB intersectează dreapta BO în punctul F .

a) Fie P mijlocul segmentului AF și $\{N\} = BO \cap AC$. Arătați că punctele M, N, P sunt coliniare.

b) Dacă $AC = 8$ cm, aflați distanța de la punctul N la dreapta AF .

c) Știind că aria triunghiului ABM este egală cu 12 cm^2 , calculați aria patrulaterului $AONP$ și aria triunghiului MOP .

Supliment Gazeta Matematică nr. 11 / 2025

SUBIECTUL III (25 de puncte)

Pe cercul de centru O și diametru AB se consideră un punct mobil M , diferit de capetele diametrului.

Dacă $MP \perp AB$, $P \in AB$, arătați că bisectoarea unghiului OMP trece printr-un punct fix.

Note: Toate subiectele sunt obligatorii.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru: 3 ore.